

Algebra e Umanesimo

1. al-Khwarizmi e le origini dell'algebra

Pier Daniele Napolitani

Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa

Corso di formazione continua in matematica
Liceo di Mendrisio
9 febbraio 2017

Embriogenesi: un nuovo oggetto matematico, una nuova idea di numero

- Equazioni e problemi
- Numeri per operare
- Diofanto e al-Khwarizmi
- L'algebrizzazione del libro X di Euclide
- Abu Kamil (m. 930)

Un'arte che ha bisogno di giustificazioni: algebra e geometria

- i procedimenti sono dati senza nessuna giustificazione interna: si fa così
- l'oggetto algebrico è astratto: non è né numero né grandezza
- per questo al-Khwarizmi fornisce delle ragioni geometriche, che però non possono essere considerate dimostrazioni dei procedimenti stessi

Il rinascimento del XII secolo

- Charles H. Haskins (1927)

Il rinascimento del XII secolo

- Charles H. Haskins (1927)
- La science arabe et la transmission de la science classique

Il rinascimento del XII secolo

- Charles H. Haskins (1927)
- La science arabe et la transmission de la science classique
 - Adelard de Bath (1080-1160), Hermann de Carinthie (1110-1154), Robert de Chester (fl. 1150) : traductions d'Euclide, de l'algèbre de al-Khwarizmi;

Il rinascimento del XII secolo

- Charles H. Haskins (1927)
- La science arabe et la transmission de la science classique
 - Adelard de Bath (1080-1160), Hermann de Carinthie (1110-1154), Robert de Chester (fl. 1150) : traductions d'Euclide, de l'algèbre de al-Khwarizmi;
 - Platon de Tivoli (1110-1145) : *La mesure du cercle* d'Archimède ...

Il rinascimento del XII secolo

- Charles H. Haskins (1927)
- La science arabe et la transmission de la science classique
 - Adelard de Bath (1080-1160), Hermann de Carinthie (1110-1154), Robert de Chester (fl. 1150) : traductions d'Euclide, de l'algèbre de al-Khwarizmi;
 - Platon de Tivoli (1110-1145) : *La mesure du cercle* d'Archimède ...
 - Gérard de Crémone (1114-1187) : L'*Almageste* de Ptolémée + 74 œuvres mathématiques ou scientifique.

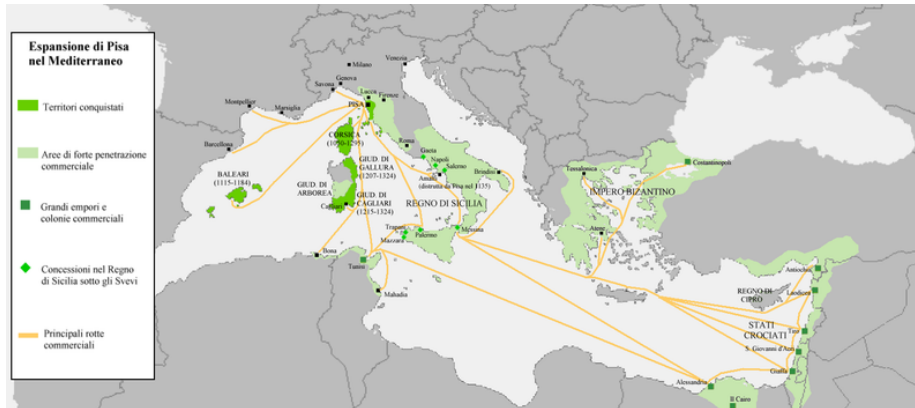
Il rinascimento del XII secolo

- Charles H. Haskins (1927)
- La science arabe et la transmission de la science classique
 - Adelard de Bath (1080-1160), Hermann de Carinthie (1110-1154), Robert de Chester (fl. 1150) : traductions d'Euclide, de l'algèbre de al-Khwarizmi;
 - Platon de Tivoli (1110-1145) : *La mesure du cercle* d'Archimède ...
 - Gérard de Crémone (1114-1187) : L'*Almageste* de Ptolémée + 74 œuvres mathématiques ou scientifique.
- L'école sicilienne (Normands, Frédéric II) : tradition gréco-latin (Henri Aristippe et l'« émir » Eugène)

Il rinascimento del XII secolo

- Charles H. Haskins (1927)
- La science arabe et la transmission de la science classique
 - Adelard de Bath (1080-1160), Hermann de Carinthie (1110-1154), Robert de Chester (fl. 1150) : traductions d'Euclide, de l'algèbre de al-Khwarizmi;
 - Platon de Tivoli (1110-1145) : *La mesure du cercle* d'Archimède ...
 - Gérard de Crémone (1114-1187) : L'*Almageste* de Ptolémée + 74 œuvres mathématiques ou scientifique.
- L'école sicilienne (Normands, Frédéric II) : tradition gréco-latin (Henri Aristippe et l'« émir » Eugène)
- Guillaume de Moerbeke, Witelo et la cour de Viterbe (moitié du XIII^e : Archimède, l'optique ...

Una civiltà in espansione



Des mathématiques nouvelles pour une société nouvelle

Le jeune Léonard, fils de *Guglielmo*

Lorsque mon père fut nommé, loin de la patrie, scribe officiel (*publicus scriba*: notaire) de la douane de Bèjja (Bougie), en mission pour les commerçants de Pise, il me fit venir auprès de lui alors que j'étais enfant (*in pueritia mea*: ~1180?), et ayant réfléchi aux intérêts et avantages futurs que je pourrais en tirer, il voulut que je reste pendant quelques temps (*per aliquot dies*) pour étudier l'abaque et en recevoir l'instruction.

Là, initié grâce à un enseignement admirable dans le savoir faire au moyen des neufs figures indiennes, la science de cet art me plut à un point plus élevé que tout le reste et j'appris pour mieux le reconnaître, tout ce qu'on pouvait étudier d'elle en Égypte, en Syrie, en Grèce, en Sicile et chez les habitants de Provence, selon les façons propres à chacun.

Le *Liber abaci*

Ou : le livre du calcul un *grand* livre de calcul (459 pages !)

- « compositus in anno MCII », en latin.
- édition 1228 (dédicace à Michael Scot : traducteur, philosophe, membre de la cour de Frédéric II)
- « Liber abaci minoris guisae » en langue vernaculaire ? Un texte pour les marchands?

Une structure en quatre parties

- 1 les sept premiers chapitres : les chiffres « indiennes », notation positionnelle, algorithmes pour le calcul avec les nombres entiers et les fractions;
- 2 “les mathématiques pour les marchands” : change de monnaies ; équivalences de poids et de mesures; commerce des marchandises; troc, sociétés et compagnies (chapitres 8–11).
- 3 “mathématiques amusantes : le problème des lapins, les problèmes “des arbres”, devinettes ...;
- 4 techniques plus complexes et abstraites : la règle de la “double fausse position” (*regula falsi*) (chap. 13) ; racines carrées et cubiques (chap. 14) ; i quadrata e cubiche (chap.14); l’algèbre (chap. 15).

La “couche culturelle intermédiaire”

Carlo Maccagni a défini ainsi (“strato culturale intermedio”) l’ensemble de sujets, aux siècles XIII^e–XVI^e, qui se rangent entre la masse des illettrés et les gens qui, étudiant le latin accèdent aux universités et aux professions libérales:

- marchands, banquiers
- nobles, hommes d’armes
- artisans et artistes
- architectes, ingénieurs, techniciens

Tous ces sujets ont une éducation commune: la “scuola d’abaco”

Les “scuole d'abaco”

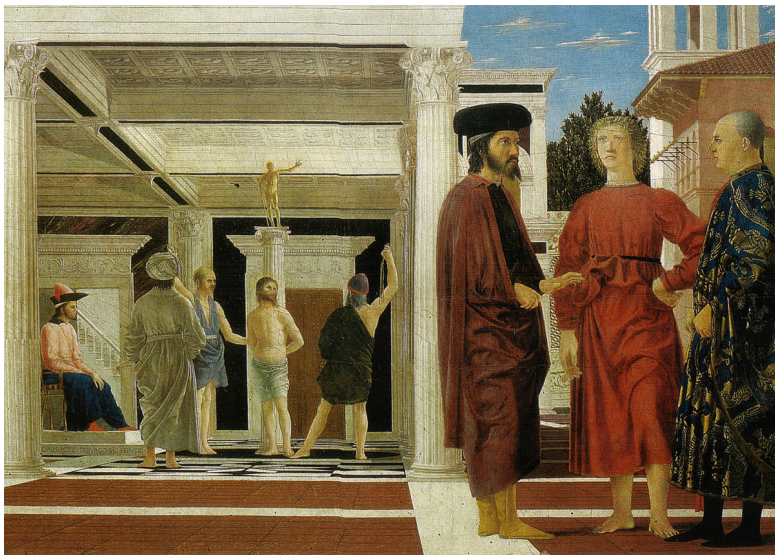
- Léonard de Pise : premier « maestro d'abaco »?;
- le *Livro de l'abbaco* : 1285 ca.
- diffusion: à Florence 70 maîtres, 20 écoles (XIII et XV siècle); 25% des garçons les fréquentent (Elisabetta Ulivi); au XVI, à Venise, on arrivera a 40%;
- Piero della Francesca, Léonard de Vinci, Michel-Ange, Machiavel, sortent de ce type d'étude

La naissance d'un nouveau savoir

- La dissolution du modèle grec des mathématiques;
- la “mathématisation” de la société;
- une alphabétisation mathématique massive

donnent lieu à une liberté de recherche et à une base de recherche qui aboutit, entre autres, à ...

... la naissance de la perspective géométrique ...



... l'algèbre des équations de troisième et quatrième degré

...

$$x^3 + px + q = 0 \quad \longrightarrow$$

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

E soprattutto:

L'eredità della cultura dell'abaco verrà a costituire una delle basi intellettuali per accogliere – a partire dal XV sec. – poi **reinterpretare** le “nuove” matematiche antiche

È dalla fusione fra «cultura dell'abaco», «cultura umanistica» et «culture universitaire» che nascerà la rivoluzione scientifica di Galileo, Descartes, Newton.

Cercheremo di seguire questo processo per quanto riguarda l'algebra.

L'algebra fra XIV e XV secolo

Nelle botteghe d'abaco si insegnano essenzialmente l'aritmetica e la geometria pratica. In qualche bottega veniva forse impartito un «corso avanzato» di algebra. Ma abbiamo, per esempio:

- 1307(?): Jacopo da Firenze, *Tractatus algorismi* (Ric. 2236. Scritto a Montpellier, (forse!) il più antico trattato d'abaco in volgare e datato che ci è pervenuto. Regole per la risoluzione di equazioni di primo e di secondo grado ed equazioni binomie di 3 e 4 grado.
- 1328 Paolo Gerardi, *Libro di ragioni* scritto a Montpellier. Equazioni di I, II e III grado (errata)
- 1330 Anonimo, *Libro di molte ragioni d'abaco* Presenta due capitoli d'algebra
- 1344 *Aliabrea argibra* di Maestro Dardi da Pisa. L'*Aliabrea* il più antico manoscritto interamente dedicato all'algebra. equazioni di vari gradi
- Maestro Benedetto da Firenze (1429-1479): una trascelta di problemi algebrici dei *Fioretti* di Antonio de' Mazzinghi (1350-1386 ca.) trådita dal codice L.IV.21 della Biblioteca degli Intronati di Siena.
- *Trattato d'algebra* fine sec. XIV, Anonimo (Fond. Princ. II.V.152 BNCF)

Piero della Francesca algebrista

Nel *Trattato d'abaco* (~ 1450) di Piero della Francesca si trova corposa sezione algebrica nella quale vengono elencate le formule risolutive di molte equazioni, tra cui quelle di terzo grado (e anche di grado superiore) Piero ripropone soluzioni errate, ma anche procedimenti che talvolta funzionano.

Una questione di interessi ...

Il problema dei “meriti” a capo d’anno (interesse composto) si può ricondurre, nel caso del calcolo del montante a tre anni, a un’equazione di terzo grado.

Se C è il Capitale e voglio ottenere il Montante M in tre anni, a che interesse x dovrò impiegarlo?

$$C(1 + x)^3 = M$$