Dalla geometria classica alla matematica moderna (1585-1637)

ENRICO GIUSTI

IL GIARDINO DI ARCHIMEDE, FIRENZE

Sansepolcro, 19-21 ottobre 2017

3. La nascita della matematica moderna

Struttura della *Géométrie*

Libro primo: Dei problemi che possono essere costruiti per mezzo solo di cerchi e rette.

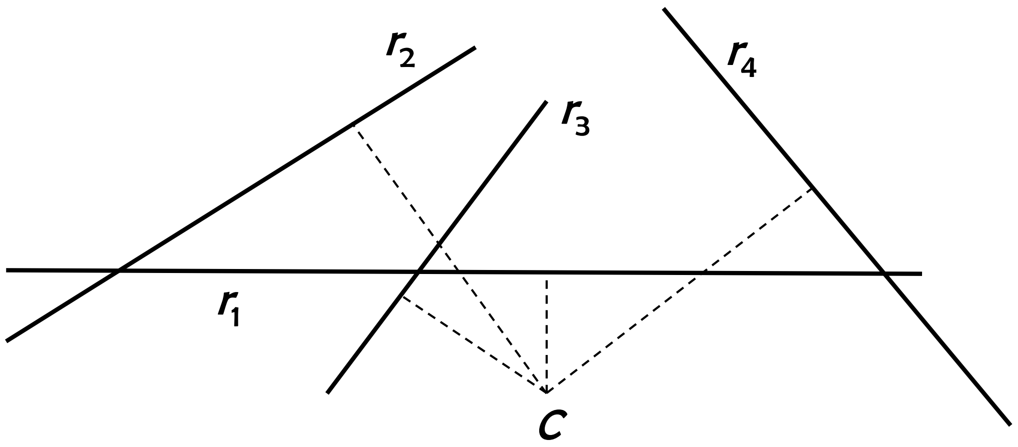
Libro secondo: Della natura delle curve.

Libro terzo: Della costruzione dei problemi solidi o più che solidi.

DISCOURS
DE LA METHODE
Pour bien conduire ſa raiſon, & chercher
la verité dans les ſciences.
PLUS
LA DIOPTRIQVE.
LES METEORES.
ET
LA GEOMETRIE.
Qui ſont des eſſais de cete METHODE.

A LEYDE
De l'Imprimerie de IAN MAIRE.
CIƆ IƆ C XXXVII.
Auec Priuilege.

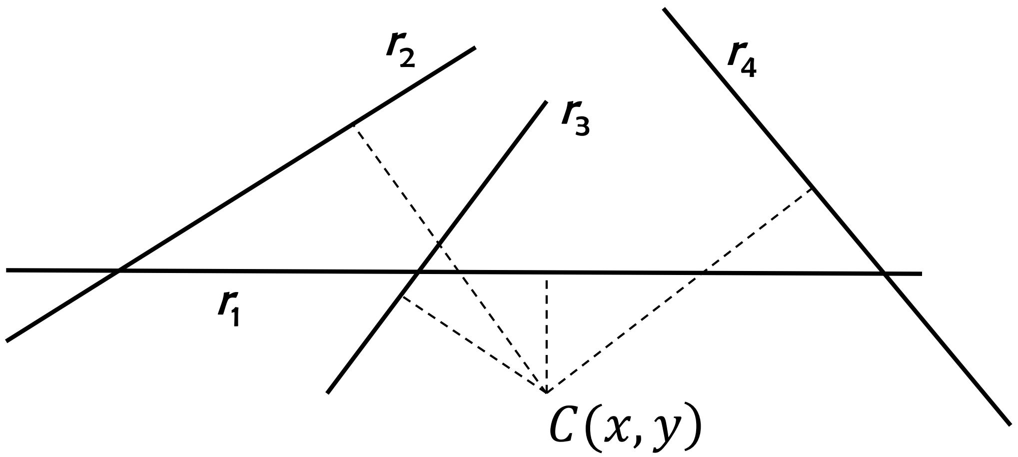
Enunciato e soluzione del problema di Pappo.



Date per posizione quattro, o più linee rette, innanzi tutto si richiede un punto dal quale sia possibile condurre un egual numero di segmenti, uno su ciascuna delle date, che facciano con queste degli angoli dati [retti], e tali che il rettangolo compreso tra due [segmenti] di quelli che saranno così tracciati da uno stesso punto, stia in un rapporto dato con il rettangolo compreso tra gli altri due.

Poi, dato che vi è sempre un numero infinito di punti diversi che possono soddisfare quanto qui viene richiesto, si vuole anche che sia nota e tracciata la linea sulla quale tutti questi punti debbono giacere.

Enunciato e soluzione del problema di Pappo.

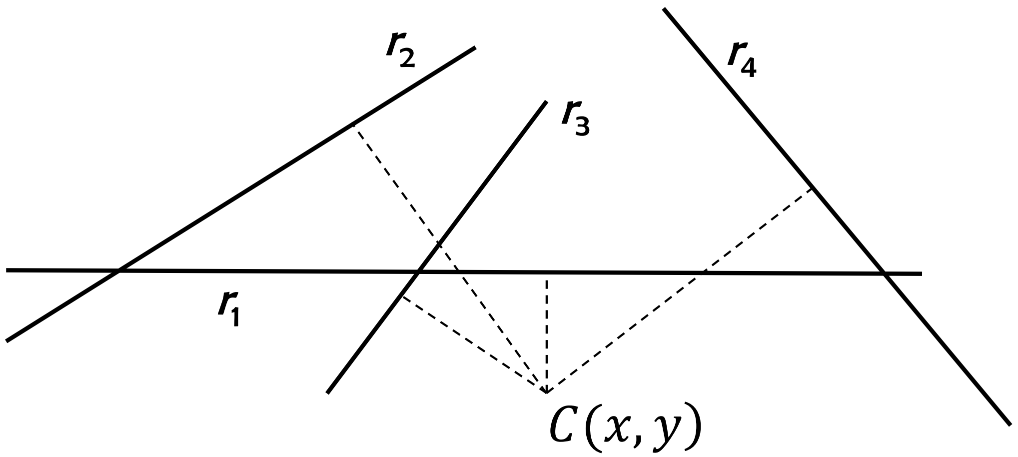


$$r_k\colon\ a_k X + b_k Y + c_k = 0$$

$$a_k^2 + b_k^2 = 1$$

$$d(C, r_k) = |a_k x + b_k y + c_k|$$

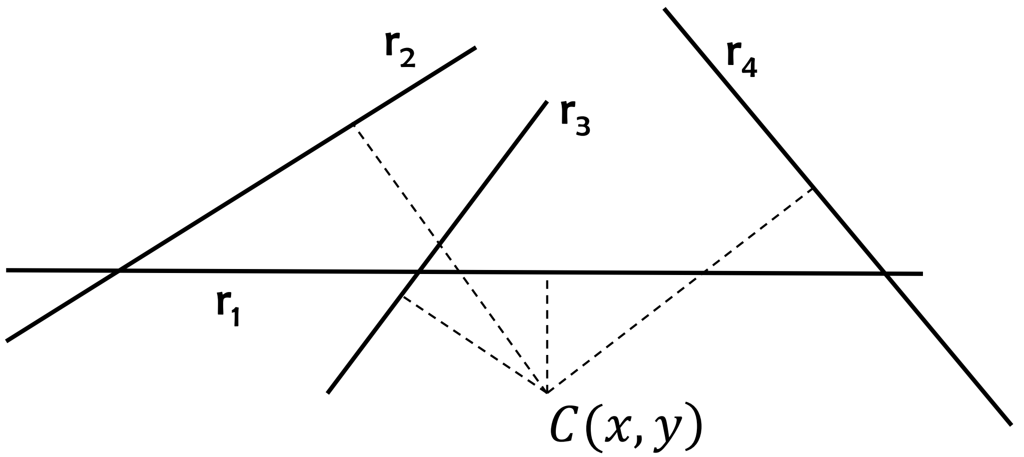
Enunciato e soluzione del problema di Pappo.



$$d(C, r_k) = |a_k x + b_k y + c_k|$$

$$(a_1 x + b_1 y + c_1)(a_2 x + b_2 y + c_2) = (a_3 x + b_3 y + c_3)(a_4 x + b_4 y + c_4)$$

Enunciato e soluzione del problema di Pappo.



$$d(C, r_k) = |a_k x + b_k y + c_k|$$

$$\prod_{k=1}^{n} (a_k x + b_k y + c_k) = \prod_{k=n+1}^{n+m} (a_k x + b_k y + c_k)$$

Ma cos’è una curva?

Libro secondo: Della natura delle linee curve.

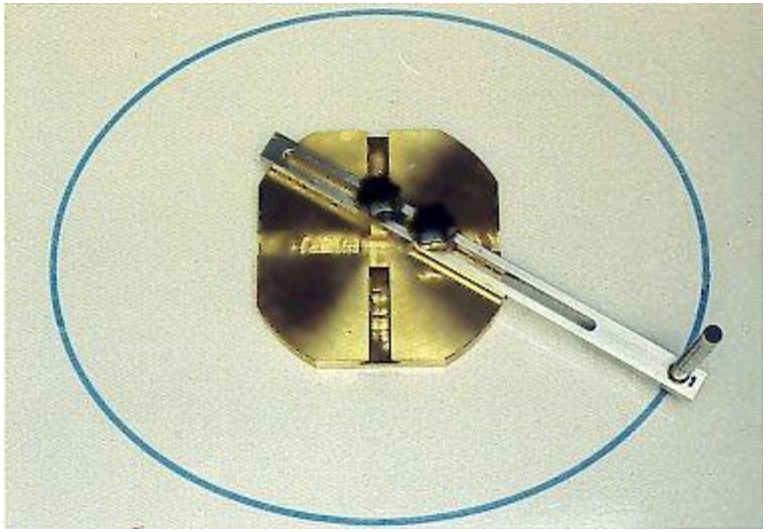
1. Quali curve si possono chiamare geometriche.

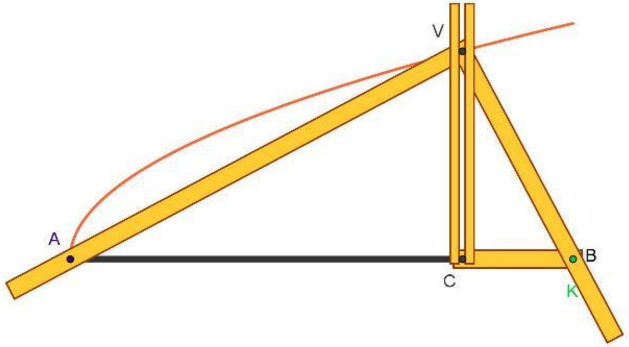

DISCOURS
DE LA METHODE
Pour bien conduire sa raison, & chercher la verité dans les sciences.
PLUS
LA DIOPTRIQVE.
LES METEORES.
ET
LA GEOMETRIE.
Qui sont des essais de cete METHODE.

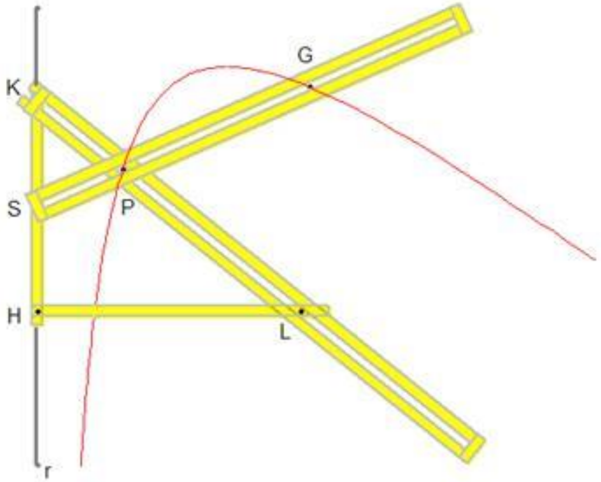
A LEYDE
De l'Imprimerie de IAN MAIRE.
CIↃ IↃ C XXXVII.
Auec Priuilege.

Prima di Descartes.

Costruzioni con macchine

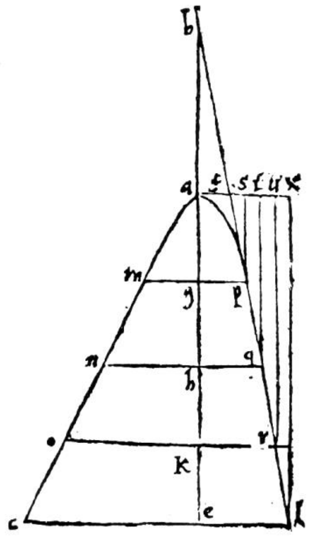


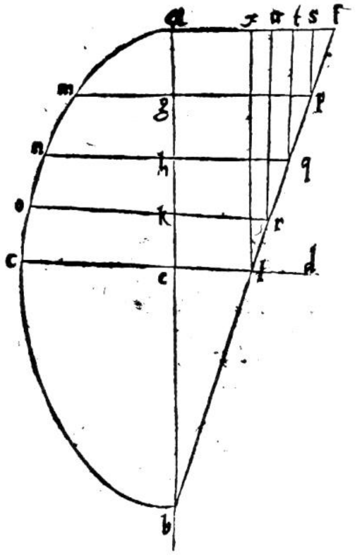




Prima di Descartes.

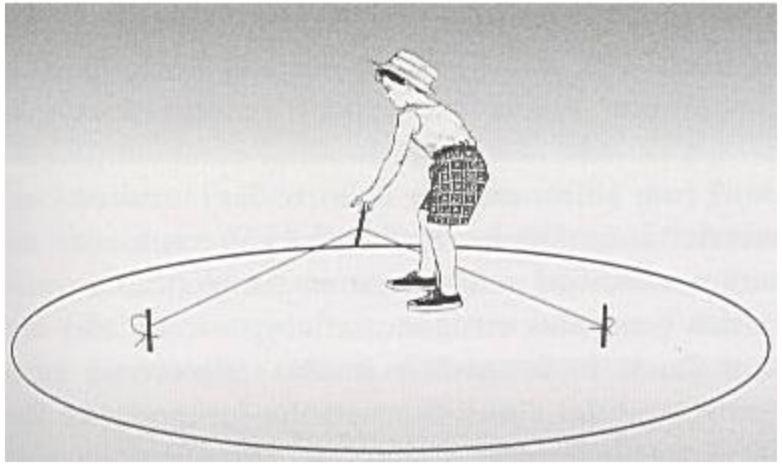
Costruzioni per punti

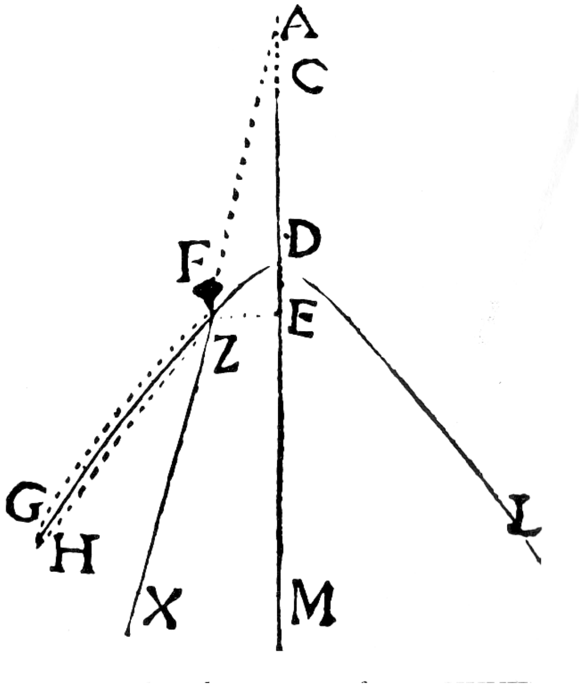




Prima di Descartes.

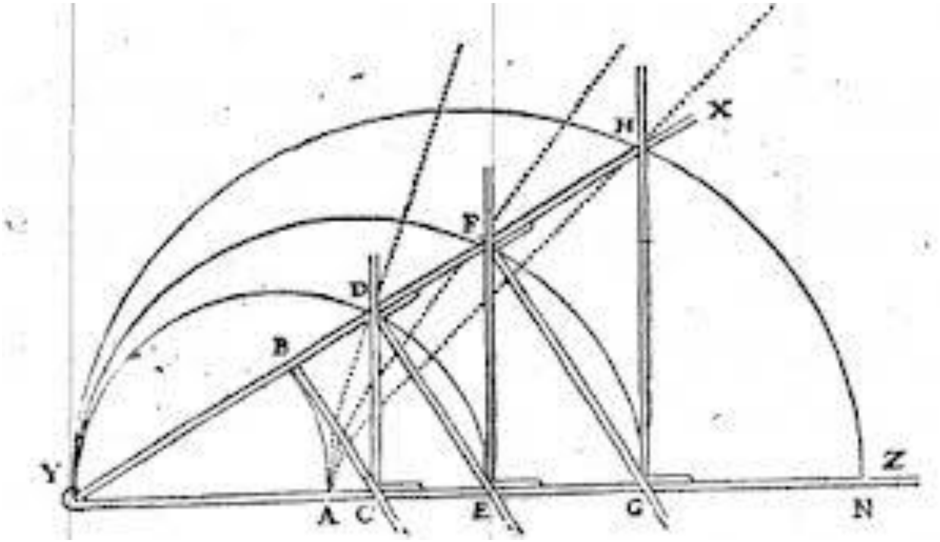
Costruzioni con fili





Quali curve si possono chiamare geometriche.

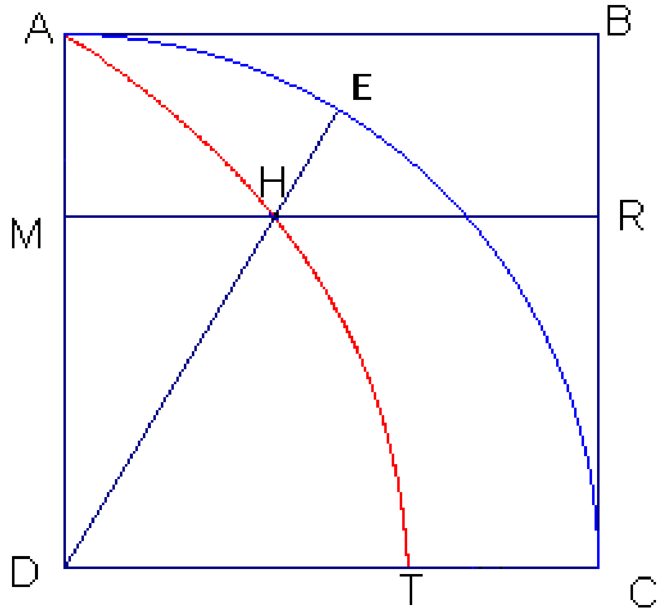
Costruzioni con macchine



Non si devono escludere le linee più composte, purché le si possa immaginare descritte da un movimento continuo, o anche da più movimenti che si susseguono, dei quali i successivi siano interamente determinati da quelli che li precedono, dato che in questo modo si può avere sempre una conoscenza esatta della loro misura.

Quali curve si possono chiamare geometriche.

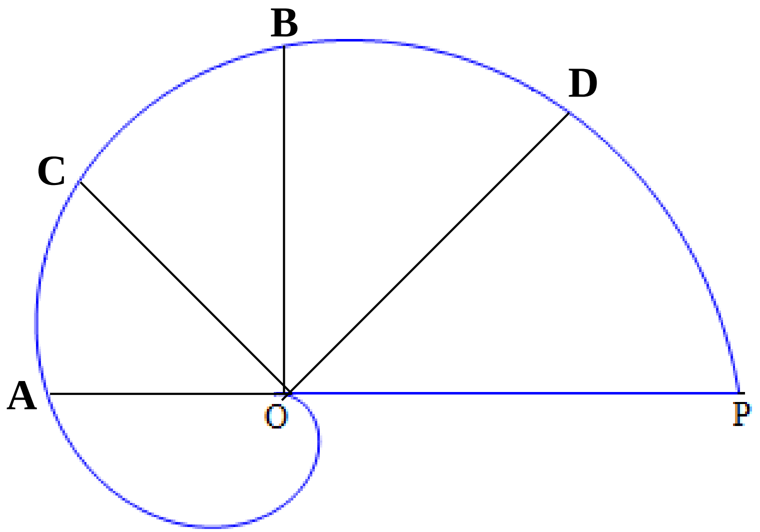
Costruzioni con macchine



[Al contrario] la spirale, la quadratrice e simili … non sono nel numero di quelle che devono essere considerate, perché le si immagina descritte da due movimenti separati, e che non hanno tra loro alcun rapporto che possa essere misurato esattamente.

Quali curve si possono chiamare geometriche.

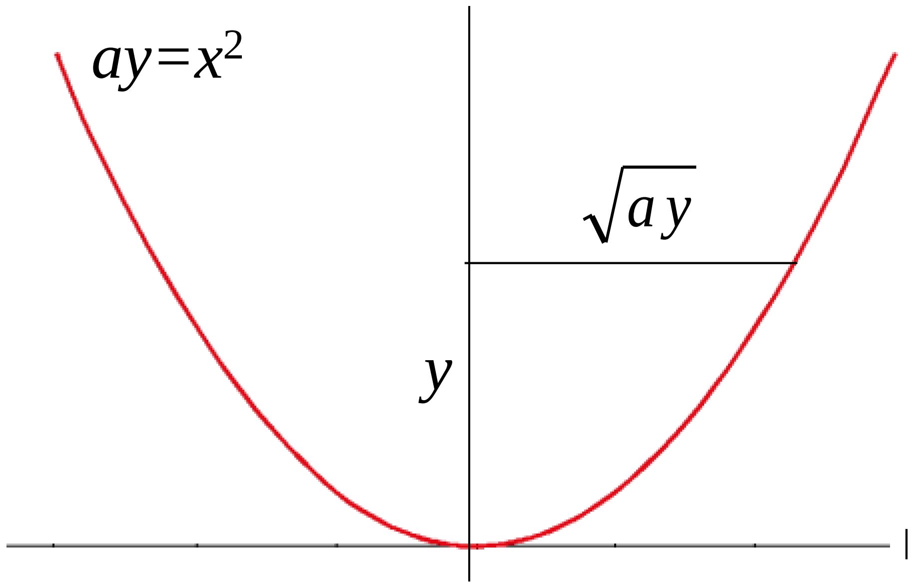
Costruzioni per punti



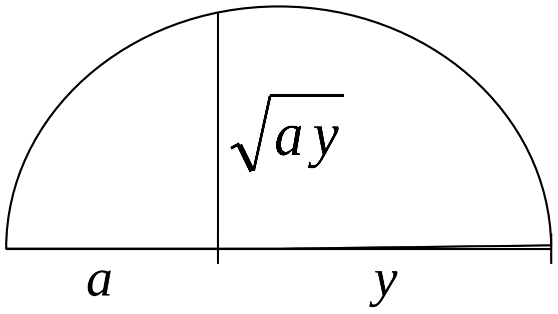
in questi casi non si trovano indifferentemente tutti i punti della curva cercata, ma solo quelli che possono essere determinati mediante qualche metodo più semplice di quello necessario per descriverla. Così a rigore non si trova nessuno dei suoi punti, cioè di quelli che le appartengono a tal punto che non possano essere trovati che per mezzo suo.

Quali curve si possono chiamare geometriche.

Costruzioni per punti



Al contrario non c’è nessun punto, nelle linee che servono a risolvere il problema proposto, che non possa essere trovato con il metodo appena spiegato.



Quali curve si possono chiamare geometriche.

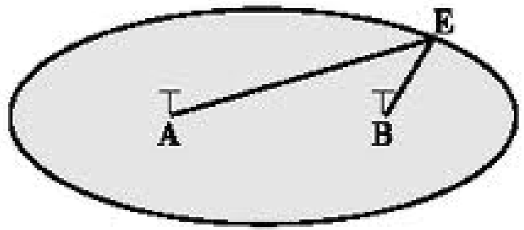
Costruzioni per punti

E poiché questo modo di tracciare una curva trovando indifferentemente vari suoi punti può essere applicato solo a quelle che si descrivono con un movimento regolare, non lo si deve escludere dalla geometria.

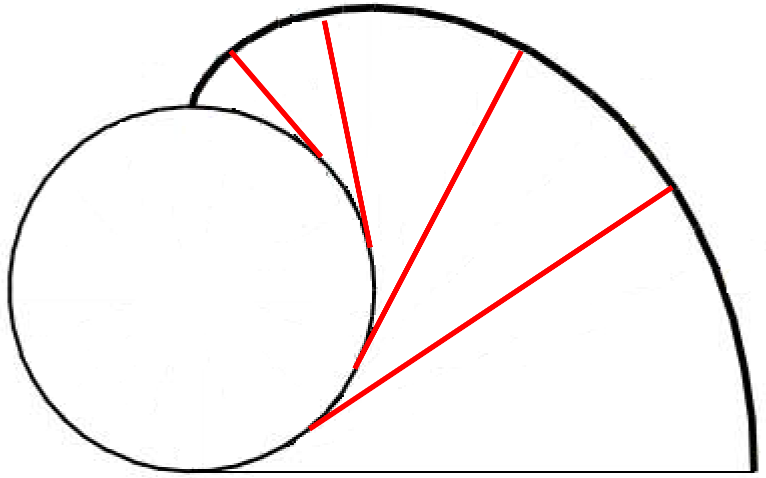
Quali curve si possono chiamare geometriche.

Costruzioni con fili

Né si deve escludere quello in cui si fa uso di un filo per determinare l'uguaglianza o la differenza di due o più rette ...



Ma non si possono accettare linee che somigliano a delle corde, cioè che diventano a volte rette e a volte curve, perché dato che il rapporto tra retto e curvo non è noto, e credo non possa mai essere conosciuto, non se ne potrebbe ricavare niente di sicuro.



Quali curve si possono chiamare geometriche.

Potrei mettere qui molti altri modi per tracciare linee curve via via più complesse. Ma per raccoglierle insieme tutte e distinguerle in generi, non conosco niente di meglio che dire che tutti i punti di quelle che si possono chiamare geometriche, cioè che cadono sotto una qualche misura precisa ed esatta, hanno con tutti i punti di una retta una relazione che può essere espressa con un'equazione, e tutti con la stessa.

La costruzione delle equazioni.

Libro terzo: Della costruzione dei problemi solidi o più che solidi.

DISCOURS
DE LA METHODE
Pour bien conduire sa raison, & chercher
la verité dans les sciences.
PLUS
LA DIOPTRIQUE.
LES METEORES.
ET
LA GEOMETRIE.
Qui sont des essais de cete METHODE.

A LEYDE
De l'Imprimerie de IAN MAIRE.
CIↃ IↃ C XXXVII.
Avec Privilege.

La costruzione delle equazioni.

$$x^3 = 2ax + 2b$$

$$x^4 = 2ax^2 + 2bx$$

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y^2 = 2ay + 2bx \\ y^2 + x^2 = (2a+1)\, y + 2bx \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^2 \\ [y-(a+½)]^2 + (x-b)^2 = (a+½)^2 + b^2 \end{cases}$$

La costruzione delle equazioni.

$$\begin{cases} y = x^2 \\ [y-(a+½)]^2 + (x-b)^2 = (a+½)^2 + b^2 \end{cases}$$

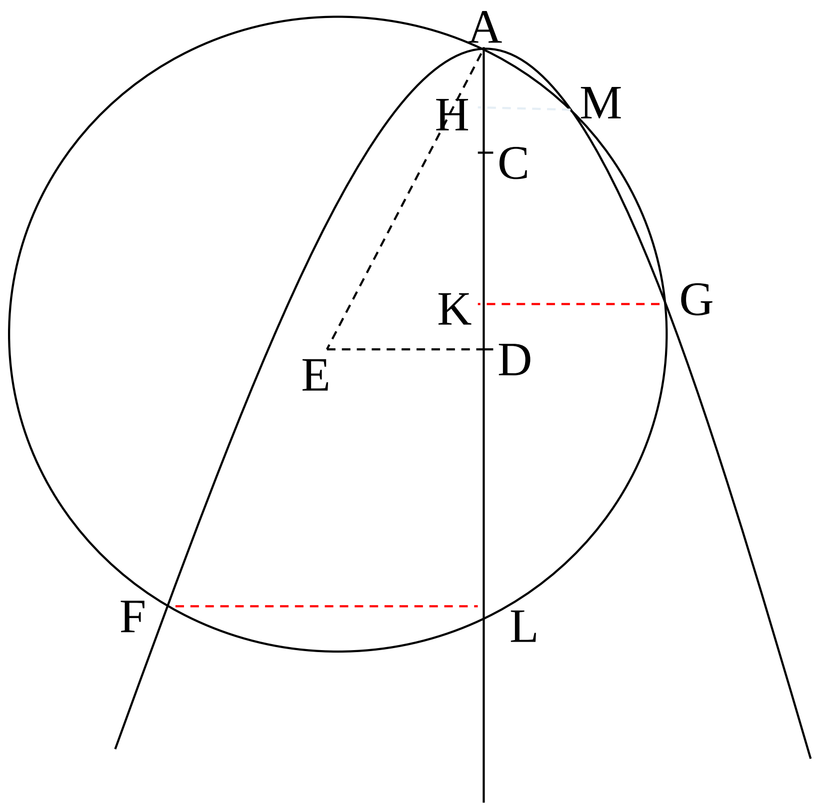
AC = ½

CD = a

AD = a+½

DE = b

$AE = \sqrt{(a+½)^2 + b^2}$



Il problema delle tangenti.

Libro secondo: Della natura delle linee curve.

Per questo crederò di aver dato tutto quanto è richiesto per lo studio delle curve, quando avrò dato in generale il modo di tirare delle rette che cadano ad angoli retti su un loro punto arbitrario. E oso dire che questo è il problema più utile e più generale, non solo che io conosca, ma che abbia mai desiderato di conoscere in geometria.

DISCOURS
DE LA METHODE
Pour bien conduire ſa raiſon, & chercher
la verité dans les ſciences.
PLUS
LA DIOPTRIQVE.
LES METEORES.
ET
LA GEOMETRIE.
Qui ſont des eſſais de cete METHODE.

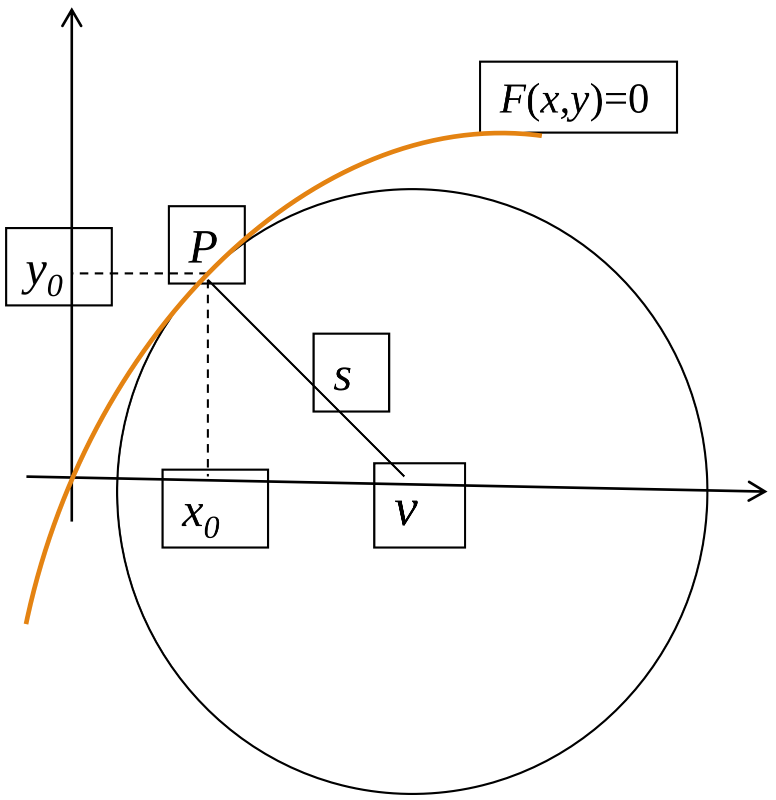
A LEYDE
De l'Imprimerie de IAN MAIRE.
CIↃ IↃ C XXXVII.
Auec Priuilege.

Il problema delle tangenti.

$$\begin{cases} F(x,y)=0 \\ (x-v)^2+y^2=s^2 \end{cases}$$

$$Q(x)=0$$

$$Q(x)=(x-x_0)^2\,R(x)$$



Il problema delle tangenti.

$$\begin{cases} 2x=y^2 \\ (x-v)^2+y^2=s^2 \end{cases}$$

$$(x-v)^2+2x=s^2$$

$$x^2+2(1-v)x+v^2-s^2=x^2-2xx_0+x_0{}^2$$

$$1-v=-x_0$$

$$v=1+x_0$$