PARTE PRIMA

ENRICO GIUSTI*

Le matematiche dalle scuole d'abaco alle Università

Quando intorno al 1460 Luca Pacioli si stabilisce a Venezia presso la famiglia Rompiasi[1], il compito di preparare i futuri mercanti all'esercizio della loro professione è ancora saldamente nelle mani delle scuole e dei maestri d'abaco. Lo stesso Pacioli, non ancora entrato nell'ordine francescano, frequenterà la scuola di Rialto tenuta dal maestro Domenico Bragadin per perfezionare la matematica necessaria a quello che allora sembrava essere il suo futuro nel commercio. Le cose sarebbero andate altrimenti: presi i voti, il borghigiano avrebbe messo a frutto i suoi talenti matematici nell'insegnamento universitario, e a partire dal 1477 lo troviamo iscritto nei rotuli delle Università a Perugia, a Zara, a Napoli, a Roma, a Firenze, a Bologna. Questi periodi di insegnamento sono intercalati da soggiorni a Roma, dove per alcuni mesi è ospite di Leon Battista Alberti, alla corte di Urbino, dove sembra abbia insegnato al giovane Guidubaldo, e dal 1497 al 1499 a Milano alla corte di Ludovico Sforza "il Moro" , dove conosce Leonardo da Vinci, un sodalizio testimoniato tra l'altro dai disegni dei poliedri che ornano il manoscritto ambrosiano della *Divina proportione*. Nella biografia di Pacioli troviamo così riuniti i tre luoghi principali della matematica medievale: le scuole d'abaco, le università, le corti: tre percorsi della rinascita della matematica nell'Europa moderna, che avevano agito separatamente per tutto il Medioevo e che ora tendono a confluire in un unico canale. La figura di Pacioli è dunque il simbolo di un processo che si sta avviando alla sua conclusione; un cammino al termine del quale, venuta meno la funzione delle scuole d'abaco e l'interesse delle corti principesche, l'insegnamento della matematica verrà impartito essenzialmente nell'università. Lo scopo di questo mio intervento è di seguire separatamente queste tre strade quando esse sono ancora separate e di ricostruire il processo che ha portato alla loro unificazione nel Cinquecento.

[1] Per una biografia di Luca Pacioli si veda E. Ulivi, *Luca Pacioli, una biografia scientifica*, in E. Giusti e C. Maccagni (ed.), *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, Firenze, Giunti, 1994.

***Già professore di Analisi matematica e di Storia delle matematiche - Università degli studi di Firenze. Fondatore de "Il Giardino di Archimede - Un museo per la matematica" e Direttore del "Bollettino di storia delle Scienze matematiche".**

1. Le scuole d'abaco.

Alla fine del XII secolo, tornato a Pisa dai suoi viaggi che –a quanto ci dice egli stesso- lo avevano portato prima a Bugia, dove aveva appreso i rudimenti dell'aritmetica con le cifre indo-arabe, e poi per tutti i paesi del Mediterraneo: "Egitto, Siria, Grecia, Sicilia, Provenza" seguendo gli itinerari del commercio, Leonardo Fibonacci componeva un'opera, il *Liber Abaci*, destinata a segnare la rinascita della matematica in Occidente dopo un'eclisse di vari secoli[2]. In essa Fibonacci non si limitava alla descrizione dei metodi e delle regole dell'aritmetica, ma trattava in dettaglio tutte le operazioni commerciali che ne dipendevano: sconti e interessi, società e baratti, composizione e cambi delle monete, oltre a una serie di problemi ricreativi, tra cui il famoso problema dei conigli che avrebbe dato luogo ai "numeri di Fibonacci". Il trattato terminava con una parte più elevata, in cui veniva esposto il calcolo delle radici e la soluzione delle equazioni algebriche di primo e secondo grado.

Al *Liber Abaci*, che vide la luce nel 1202 (o forse nel 1201) e la cui seconda edizione del 1228 è la sola che ci sia pervenuta, fece poi seguito nel 1220 una *Practica geometriae* e negli anni seguenti alcune opere a carattere più teorico: *Flos, Liber quadratorum* ed *Epistola ad Magistrum Theodorum*.

Alcune opere così nuove e importanti non potevano essere assimilata in breve tempo; esse però, in particolare il *Liber Abaci* e in misura minore la *Practica geometriae*, avevano il pregio di essere rese pubbliche in un momento in cui lo sviluppo dei commerci rendeva necessaria una conoscenza e una padronanza degli algoritmi di calcolo, che i sistemi medievali basati sulle tavole di conto e sui numeri romani non erano più in grado di soddisfare. Così, dopo un periodo di assimilazione non privo di resistenze, la matematica degli arabi si afferma di pari passo con l'estendersi dei traffici e con la formazione di imprese commerciali che ormai avevano superato le dimensioni familiari e spesso anche quelle cittadine e si andavano configurando come vere e proprie multinazionali dell'epoca.

A soddisfare le esigenze dell'amministrazione e del commercio sorsero in Italia le cosiddette "scuole d'abaco", destinate in primo luogo alla formazione dei mercanti,

---

[2] Insieme alle altre opere di Fibonacci, il *Liber Abaci* ha visto la luce solo nell'Ottocento, grazie all'edizione curata da B. Boncompagni: L. Fibonacci, *Scritti pubblicati da B. Boncompagni. I. Il Liber Abaci, pubblicato secondo la lezione del Codice Magliabechiano. II. Practica Geometriae e Opuscoli*. Roma, Tip. delle Scienze Matematiche e Fisiche, 1857-1862.

ma anche di tutti coloro, come ad esempio gli architetti e gli artisti, che per professione avessero bisogno di una conoscenza non superficiale della matematica. Fenomeno unico in Europa, le scuole d'abaco ebbero una diffusione larghissima tra il 1300 e il 1550: secondo quanto scrive Giovanni Villani nella sua *Cronica* fiorentina relativa al 1338, su una popolazione di meno di centomila persone, "troviamo ch'e' fanciulli e fanciulle che stanno a leggere da otto a dieci mila. I fanciulli che stanno a imparare l'abaco e algorismo in sei scuole, da mille a milledugento. E quegli che stanno ad apprendere la grammatica e la loica in quattro grandi scuole, da cinquecentocinquanta in seicento".[3]

La diffusione delle scuole d'abaco non riguardava solo i maggiori centri commerciali: se a Firenze e Venezia erano numerose e a carattere privato, i comuni minori non mancavano di impiegare dei maestri d'abaco per l'istruzione dei giovani. Il primo maestro d'abaco documentato sembra sia stato lo stesso Fibonacci, a cui una delibera del Comune di Pisa, databile tra il 1235 e il 1241, assegnava una pensione per i servigi resi:

"Considerando l'onore e il profitto della nostra città e dei cittadini, che derivano loro dalla dottrina e dai diligenti servigi del discreto e sapiente maestro Leonardo Bigollo nelle stime e ragioni d'abaco necessarie alla città e ai suoi funzionari, e in altre cose quando occorre, deliberiamo col presente atto che allo stesso Leonardo, per la sua dedizione e scienza e in ricompensa del lavoro che sostiene per studiare e determinare le stime e le ragioni sopraddette, vengano assegnate dal comune e dal tesoro pubblico venti lire a titolo di mercede o salario annuo, oltre ai consueti benefici, e che inoltre lo stesso [Leonardo] serva come al solito il comune pisano e i suoi funzionari nelle pratiche d'abaco"[4].

Tra il 1265 e il 1436 sono documentate[5] scuole pubbliche a Bologna (1265), San Gimignano (1279), Verona (1277), Siena (1312), Savona (1345), Lucca (1345), Pistoia (1353), Genova (1373), Arezzo (1394), Volterra (1409), Modena (1421), Brescia (1436), quasi tutte con maestri toscani. Grazie a queste scuole, la matematica pratica dell'abaco diventerà una delle componenti essenziali di un sapere diffuso, che permarrà anche oltre la loro scomparsa.

---

[3] G. Villani, *Cronica*. Vol. III. Firenze, Sansone Coen, 1845, p. 324.

[4] Archivio di Stato di Pisa, Statuti, "Constitutum pisanum legis et usus" (1233-1241). Pubblicato in F. Bonaini, *Memoria unica sincrona di Leonardo Fibonacci novamente scoperta*, Giornale Storico degli Archivi Toscani 1 (1858). La traduzione è mia.

[5] Si veda E. Ulivi, *Scuole e maestri d'abaco in Italia tra Medioevo e Rinascimento*, in E. Giusti (ed.) *Un ponte sul Mediterraneo. Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente*, Firenze, Polistampa, 2002.

A testimonianza dell'insegnamento nelle scuole d'abaco ci restano un numero considerevole di manoscritti, i "Libri d'abaco". Il loro contenuto è diseguale: in alcuni casi si tratta di semplici raccolte di regole e di esercizi, per lo più problemi reali di commercio (vendite, baratti, sconti, prestiti, società, monete) ma anche questioni "dilettevoli", che sembrano poste con l'unico scopo di sviluppare una certa manualità nei calcoli. Altri testi sono invece di carattere più elevato, comprendendo problemi di geometria, calcoli di radici, e spesso un capitolo sull'algebra e le sue applicazioni. Anche le loro caratteristiche esteriori sono varie, e vanno dal manuale di uso quotidiano al codice miniato di altissimo livello. In corrispondenza, anche il loro uso è probabilmente differente a seconda dei casi: si va dal codice destinato ad arricchire biblioteche nobiliari al libro personale del maestro e forse al testo che restava allo scolaro alla fine del periodo di studio nella scuola. In ogni caso, sarebbe azzardato dedurre le materie insegnate dal contenuto dei libri d'abaco, che molto probabilmente si situavano a un livello superiore rispetto a quanto si insegnava nelle scuole.

Due documenti ci permetteranno di precisare meglio il livello della matematica insegnata nelle scuole d'abaco. Il primo è un contratto tra Francesco di Leonardo Galigai e Giuliano di Buonaguida della Valle, stipulato quando quest'ultimo entra a lavorare nella bottega d'abaco del primo. In esso sono specificate le "mute", ossia le successive fasi dell'insegnamento, insieme con i compensi relativi a ognuna di esse.

"1. Dicho che la prima muta si chiama librettine, nella quale muta si chontiene rachorre, multiprichare librettine, e ragione che in atto nessuno non vi si intervengha el partire.
2. Doppo la muta detta librettine segue una muta di ragione detta prima de' partitori, nella quale gli scholari fanno regholi e ragione le quali non si partono se none una volta.
3. Quando l'aranno inparata di modo entrino nella sichonda de' partitori. ... E chiamasi la sichonda de' partitori tutte le ragioni che si partono dua volte, bene che più volte si multiprichino.
4. Quando l'aranno inparata di modo entrino nella terza de' partitori. ... E la terza de' partitori s'intende tutte le ragioni che si partono tre volte o più.
5. Quando aranno inparato detta terza de' partitori di modo entrino ne' rotti. ... E e' rotti s'intendono multiprichare, partire, agugnere, trarre quale più ho quanto piglia, e rechare in parte; non abandonando gli scholari e' regholi.
6. Quando aranno inparato detti rotti di modo entrino nella reghola delle tre chose. ... E detta reghola fa dua efetti, cioè detta vende o si detta chompera, chome si vede per pasato che s'è insegniato.

7. Quando aranno inparato detta reghola delle tre chose di modo entrino nelle monete fiorentine"[6].

Il contratto stabilisce anche il salario di Giuliano, che per ogni scolaro prenderà

Alle Librettine	7 soldi
Alla Prima de' partitori	5 soldi
Alla Seconda de' partitori	5 soldi
Alla Terza de' partitori	3 soldi
Ai Rotti	4 soldi
Alla Regola del tre	4 soldi
Alle Monete fiorentine	4 soldi

Come si vede, le materie di insegnamento non vanno al di là degli elementi di aritmetica (tavola pitagorica, moltiplicazione e divisione, frazioni), della regola del tre, che interviene in pressoché tutte le operazioni commerciali e dello studio del sistema monetario fiorentino, per la verità piuttosto complicato. Più ampio è invece il programma dell'insegnamento, che ricaviamo dal libro d'abaco del maestro pisano Cristoforo di Gherardo di Dino[7]:

"Questo è la forma e'l modo a insegniare lanbaco al modo di Pisa cioè lo principio mezo e fine come apresso diremo.

1. Prima, quando lo garzone viene a schuola, si l'insegnia a fare le fighure, cioè 9, 8 , 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
2. Poy l'insegnia lo ponere alle mano, cioè alla mano mancha l'unità et a mano ricta le decine, centonaia e migliaia.
3. Poy lo rilevare in taula le fighure cioè le due lectere quello che rilevano e così le tre lectere e così le quactro oltre di mano tucte le lectere.
4. Di poy lo ponere e'l tenere.
5. Poy si fa lo libbrecto. in taula dall'uno via uno per in fine a 10 via 10 100, lo quale si fa imparare a mente e fa che lo sappia bene alla partita.
6. Poy se fae lo partire.
7. Poi si fa lo multipricare de' rocti.
8. Poy si fa l'agiungere de' roti.
9. Poy si fa lo partire.

[6] Pubblicato in R. A. Goldthwaite, *Schools and teachers of commercial arithmetics in Reinassance Florence*, The Journal of European Economic History I (1972).

[7] Pubblicato da G. Arrighi, *Un "programma" di didattica di matematica nella prima metà del Quattrocento* (*dal Codice 2186 della Biblioteca Riccardiana di Firenze*), Atti e Memorie della Accademia Petrarca di Arezzo 38 (1965-66).

10. Poy si fa meritare denari senpricimente, alcune ragioni; di poy meritare a capo d'anno.
11. Poi si fa lo misurare delle terre, cioè recare a quadro.
12. Poy si fa denari dello sconto, cioè sconti senprici e sconti a capo d'anno.
13. Poy si fa le ragione delli arienti a uncie.
14. Poy si fa lo aconsolare et alleghare delli arienti.
15. Et nota che in fra le sopradicte mute, s'usa la matita alli scolari sighondo lo modo, cioè sighondo le mute che fanno. Et, in fra dì, fare accogliere in pancha a le mani, et alchuna volta in taula, et alchuna volta dare loro alchune ragione straordinarie, come pare al maestro.
16. Et nota che questa è reghula generale: ogni sera dare loro le ragione, a ciaschuno sigondo le mute loro, che le denno recare facte la mactina rinvegniente. Et nota che, se fusse festa, le ragione sopradicte si danno doppie".

Abbiamo qui un percorso completo per la preparazione del mercante. Si comincia dalla scrittura delle cifre arabe (le fighure), e a "ponere alle mano" i numeri da 1 a 10.000. A seconda delle posizioni delle dita, nella mano sinistra si possono registrare i numeri da 1 a 100 (più precisamente il pollice e l'indice notano le decine, le altre tre dita le unità), mentre sulla mano destra simmetricamente le dita rappresentano le migliaia e le centinaia. In questo modo le mani diventano un registro di memoria, indispensabile in un tempo in cui molti calcoli venivano fatti a mente o su una tavola di polvere, dove i passaggi venivano via via cancellati senza che restasse traccia delle operazioni eseguite. Infine si insegna la scrittura e la lettura dei numeri a due, tre e più cifre. Di qui si passa alle operazioni aritmetiche: la tavola pitagorica "dall'uno via uno per in fine a 10 via 10 100", le moltiplicazioni e le divisioni, le frazioni, queste ultime tanto più importanti in quanto non esisteva ancora la notazione decimale con la virgola.

A questo punto la conoscenza delle regole dell'aritmetica è compiuta, e si può passare alla descrizione delle operazioni mercantili: interessi semplici e composti, misura delle terre, sconti semplici e composti, le leghe degli argenti e la composizione delle monete. Di tutte queste "ragioni" vengono dati esercizi che lo scolaro deve portare risolti la mattina seguente.

Come si è detto, il contenuto di molti dei libri d'abaco che ci sono pervenuti si situa a un livello superiore a quello dell'insegnamento, e in alcuni casi è evidente lo sforzo per andare oltre una tradizione che comunque veniva conservata e tramandata da un maestro all'altro, talvolta con veri e propri plagi. Di questo processo sono testimoni le parti dedicate all'algebra, presenti in molti, ma non tutti, i trattati d'abaco. Se molti maestri si limitano a riproporre le equazioni di secondo grado seguendo la trattazione di al-Khwārizmī e di Fibonacci, altri autori cercano di estendere il campo di applicazione considerando equazioni di terzo grado o anche di grado superiore al terzo.

Gli algoritmi di soluzione a volte sono delle semplici varianti di quelli che conducono alla soluzione delle equazioni quadratiche, estesi in maniera sostanzialmente arbitraria al grado superiore; altre volte, pur non essendo valide nel caso generale, le formule risolutive funzionano in alcuni casi particolari, la cui soluzione era nota per altre vie.

Un tipico esempio è il problema dell'interesse composto, che consiste nel trovare l'interesse conoscendo il capitale iniziale e quello dopo un certo numero di anni. Il problema, che si risolve grazie alle proprietà delle progressioni geometriche,[8] può essere impostato algebricamente, e dà luogo a un'equazione di grado pari al numero N degli anni di durata dell'investimento. Dato che la soluzione è conosciuta, non è allora difficile costruire per tentativi una formula risolutiva, che naturalmente cessa di essere valida non appena si passi dal caso particolare in esame a quello generale.

Non sempre, però. Infatti, anche se non possiamo dirlo con certezza, probabilmente è proprio seguendo un percorso di questo tipo (sfruttare problemi risolubili indipendentemente per cercare una formula risolutiva che si spera resti valida anche nel caso generale) che Scipione del Ferro all'inizio del Cinquecento risolve l'equazione di terzo grado, andando per la prima volta al di là delle conoscenze degli antichi.[9]

In ogni caso, equazioni di grado superiore al secondo si trovano piuttosto di frequente nella sezione algebrica dei trattati d'abaco, che spesso oltre alle sei equazioni "classiche" di secondo grado ne comprendono numerose altre di gradi diversi. Un esempio eclatante è quello Piero della Francesca, che inserisce nel suo *Trattato d'abaco* ben 61 tipi di equazioni diverse, spingendosi fino al sesto grado.

2. La trasmissione della matematica classica.

Nella seconda metà del dodicesimo secolo, grosso modo quando Fibonacci in terra araba apprendeva i primi rudimenti del calcolo indiano, si apriva un altro

---

[8] In effetti il capitale iniziale e quelli successivi dopo uno, due, tre anni, ecc. formano una progressione geometrica; se si conosce il primo termine (il capitale iniziale) e l'ultimo (il capitale dopo N anni), si può facilmente ricavare il secondo (il capitale dopo il primo anno) e di qui l'interesse.

[9] Si veda su questo argomento il mio *L'algebra nel "Trattato d'abaco" di Piero della Francesca; osservazioni e congetture*, Boll. Sto. Sci. Mat. XI (1991).

importante canale per la penetrazione della matematica in Occidente. Nel 1085, approfittando della debolezza dei regni Taifa, Alfonso VI di Castiglia riconquistava Toledo, che nel secolo successivo diverrà il centro di un'intensa attività di studio e di traduzione dall'arabo sia di testi originali di autori musulmani che di opere della Grecia classica. Attorno alla metà del dodicesimo secolo, Gerardo da Cremona (presente a Toledo tra il 1134 e il 1178) e Adelardo di Bath tradussero in latino un numero impressionante di opere, che formeranno la base del sapere medievale "colto".

In particolare, si deve ad Adelardo di Bath la traduzione dall'arabo delle opere di al-Khwārizmī e degli *Elementi* di Euclide, che divenne presto il testo più autorevole nelle scuole di matematica europee. Sulla traduzione di Adelardo, commentata da Giovanni Campano di Novara, si baseranno le edizioni quattrocentesche (1482, 1491) degli *Elementi*, come pure quelle di Pacioli,[10] di Tartaglia[11] e di vari altri autori del Cinquecento. La versione di Adelardo-Campano sarà soppiantata definitivamente solo dalle edizioni quasi contemporanee di Federico Commandino[12] (1572) e di Cristoforo Clavio[13] (1574).

Per quanto riguarda Gerardo da Cremona, a cui viene attribuita la traduzione di 74 opere di autori greci ed arabi, ricordiamo le traduzioni di varie opere di Aristotele, tra cui la *Physica,* il *De Coelo*, e gli *Analitica Posteriora* con il commento di Temistio, nonché dell'*Almagesto* di Tolomeo, un'opera quest'ultima che influenzò profondamente tutti gli studi astronomici medievali. Gerardo tradusse inoltre le opere di molti autori arabi, tra cui citiamo al-Farabi, al-Farghani (Alfragano) e al-Haytham (Alhazen).

Tutti questi testi contribuiranno al formarsi della cultura scientifica medievale, che troverà nelle università il centro di formazione e di diffusione.

Le Università erano sorte nel dodicesimo secolo grazie anche alle mutate condizioni economiche che permettevano a una parte cospicua della popolazione europea un tenore di vita al di là della pura sussistenza. Come le scuole d'abaco, le università sono un fenomeno unico del medioevo europeo, sconosciuto sia nell'antichità che nel mondo arabo. All'inizio si tratta di istituzioni dedicate a un particolare tipo di studi: il diritto a Bologna, la teologia a Parigi. Nel volgere degli anni, i campi di insegnamento vennero progressivamente allargandosi,

---

[10] Euclidis Megarensis ... Opera a Campano interprete fidissimo translata. Lucas Paciolus iudicio castigatissimo detersit et emendavit. Venezia, Paganino dei Paganini, 1509.

[11] *Euclide megarense ... diligentemente reassettato*. Venezia, Ruffinelli, 1543.

[12] *Euclidis Elementorum Libri XV, una cum Scholiis antiquis*. Pesaro, Franceschini, 1572.

[13] *Euclidis Elementorum Libri XV. Accessit XVI de solidorum regularium comparatione*. Roma, Accolti, 1574.

comprendendo in particolare la medicina, che veniva insegnata nei collegi delle Arti. All'Università di Bologna, per la quale abbiamo documenti che coprono tutto il periodo di attività, la matematica era insegnata nel quattordicesimo secolo in due letture, Astrologia e Aritmetica. La prima era inserita nell'ambito degli studi di medicina –gli oroscopi e la dottrine dei giorni critici erano due strumenti importanti per i medici del Medioevo-– e si strutturava in un insegnamento quadriennale, il cui programma era regolato dagli Statuti del 1405. Si leggeva al primo anno l'*Algorismus de minutis et integris*, un trattato di aritmetica il cui titolo rimanda ai testi di al-Khwārizmī, il primo libro degli *Elementi* di Euclide, le *Tavole Alfonsine* e le *Teoriche dei pianeti*; al secondo la *Sfera* di Sacrobosco, il secondo libro degli *Elementi,* i *canones* di Jean de Lignières e il *Trattato dell'astrolabio* di Māshā'allāh ibn Atari (Messahala). Nel terzo anno venivano letti due trattati astrologici di al-Qabīsī (Alcabitius), il *Centiloquium* di Tolomeo con il commento di Abu' l-Hasan (Haly Albohazen), il terzo libro degli *Elementi* e un non meglio specificato *Trattato del quadrante*. Infine nel quarto anno era la volta del *Quadripartito* e della *tertia dictio* dell'*Almagesto* di Tolomeo, e del *De urina non visa* di Guglielmo di Marsiglia, un trattato dove dall'oroscopo del paziente si deducevano le proprietà che avrebbe dovuto avere la sua urina.[14]

Questo programma misto, in cui a un biennio "propedeutico" sostanzialmente dedicato all'astronomia sia teorica che pratica e alla matematica faceva seguito un secondo biennio essenzialmente astrologico, resterà pressoché invariato fino al Cinquecento inoltrato. Solo nel Seicento agli insegnamenti astrologici si sostituiranno gradualmente corsi di astronomia, anche se la compilazione di oroscopi rimase tra i compiti dei matematici, all'università come nelle corti.

3. Un terzo attore: le Corti.

Un terzo centro di diffusione della cultura matematica è rappresentato dalle corti, sia laiche che religiose. Già nel corso del tredicesimo secolo, attorno a Federico

[14] C. Malagola, *Statuti delle Università e dei Collegi dello Studio Bolognese*, Bologna 1888, p.276: In astronomia primo anno legantur algorismi de minutis et integris, quibus lectis, legatur primus geometriae Euclidis cum commento Campani. Quo lecto, legantur tabulae Alfonsi cum canonibus. Quibus lectis legatur theorica planetarum. In secundo anno primo legatur tractatus de sphera, quo lecto legatur secundus geometriae Euclidis, quo lecto legantur canones super tabulis de linerijs. Quibus lectis, legantur tractatus astrolabij Mes[sa]chale. In tertio anno primo legatur Alkabicius, quo lecto legatur Centiloquium Ptolomei cum commento Haly. Quo lecto legatur tertius geometriae, quo lecto, legatur tractatus quadrantis. In quarto anno primo legatur quadripartitus totus, quo lecto legatur liber de urina non visa. Quo lecto legatur dictio tertia almagestj.

II si era costituito un importante cenacolo di filosofi e scienziati. Ad essi, e direttamente all'imperatore, faceva costante riferimento Leonardo Fibonacci, le cui opere sono tutte dedicate a Federico e ai suoi cortigiani. Oltre al più famoso Michele Scoto, a cui Fibonacci dedica nel 1228 la seconda edizione del *Liber Abaci*, erano presenti a Palermo numerosi filosofi e scienziati: il matematico Giovanni da Palermo, i cui quesiti stimoleranno la ricerca del Pisano, un non meglio identificato maestro Domenico, a cui Leonardo dedicherà la *Practica geometriae,* e un maestro Teodoro, destinatario di un'opera in forma di lettera, l'ultima scritta da Fibonacci. Nell'ambiente palermitano vide la luce la prima traduzione di Euclide direttamente dal greco, che Leonardo utilizzerà nelle sue opere.

Nel secolo successivo, il massimo centro scientifico fu la corte papale di Viterbo, con la presenza di alcuni tra i più importanti scienziati dell'epoca: Guglielmo di Moerbecke, il commentatore di Euclide Campano da Novara, Erazmus Witelo, autore di un'opera di ottica sulla scia di al-Haytham, Roger Bacon e John Peckam, anch'essi studiosi di ottica e prospettiva. A Guglielmo di Moerbecke è dovuta la prima traduzione dal greco delle opere di Archimede, condotta su due codici poi perduti. Forse troppo avanzata per i tempi, la traduzione di Guglielmo fu praticamente ignorata e la diffusione delle opere di Archimede avvenne solo nel Cinquecento[15].

Durante il Rinascimento, le corti furono protagoniste di un'importante attività culturale, che portò alla formazione delle grandi biblioteche, tra le quali spiccano la Biblioteca Vaticana, fondata da Niccolò V intorno al 1450, la Marciana di Venezia, alla quale il cardinale Bessarione donò nel 1468 la sua imponente collezione di manoscritti greci, la biblioteca Urbinate, fondata da Federico da Montefeltro e confluita nella Vaticana a seguito della devoluzione del ducato (1631), l'Estense di Modena promossa da Lionello d'Este, la Mediceo-Laurenziana di Firenze. Sotto Niccolò V venne eseguita da Iacopo da San Cassiano (Iacobus Cremonensis) una seconda traduzione delle opere di Archimede, che stavolta ebbe una diffusione molto maggiore, testimoniata da numerose copie tra cui quella autografa di Piero della Francesca.

---

[15] Sulla matematica nelle corti papali, e in particolare sulla diffusione dell'opera di Archimede, si veda P. D. Napolitani, *L'Italia del Rinascimento*, in C. Bartocci e P. Odifreddi (ed.) *La matematica*, vol. I, I luoghi e i tempi. Torino, Einaudi, 2007, e P. D. Napolitani, *Nicchie per una nuova scienza. Scuole e corti nell'Italia del Rinascimento*, in T. Pievani e L. Cavalli Sforza (ed), *Storia della cultura italiana*, vol. VIII, Torino, UTET, 2008.

4. La crisi del Cinquecento.

Alla fine del quindicesimo secolo le tre correnti che abbiamo delineato sono tutte operanti secondo strade parallele, con pochissimi punti di contatto. Se è vero che autori di estrazione abacistica, come Piero della Francesca, Luca Pacioli e più tardi Niccolò Tartaglia, si interessano alle opere classiche –come abbiamo visto, Pacioli darà anche un'edizione commentata degli *Elementi*, e Tartaglia procurerà edizioni di Archimede[16] e di Euclide, la prima traduzione degli *Elementi* in una lingua moderna–, è anche vero che si tratta più di studiosi isolati che di un processo di confluenza di tradizioni che erano e restano essenzialmente separate.

Il secolo che si apre con i primi viaggi transoceanici sconvolge completamente questo panorama: alla fine del Cinquecento le scuole d'abaco sono scomparse quasi del tutto, mentre le corti si ritirano sullo sfondo e le biblioteche palatine perdono gradualmente il loro ruolo propulsivo. Questo processo è particolarmente evidente in Italia. Da una parte infatti lo spostamento del baricentro economico dal Mediterraneo all'Atlantico taglia fuori gran parte delle imprese commerciali italiane, provocando una crisi strutturale di prima grandezza. Dall'altra la diffusione della stampa e la conseguente disponibilità di opere di aritmetica commerciale[17] rende la bottega d'abaco se non obsoleta certo non più indispensabile.

Infine, il rinnovato interesse delle gerarchie ecclesiastiche della controriforma per l'istruzione dei giovani porta alla creazione di scuole confessionali in immediata concorrenza con le scuole medievali. Nel 1534 Ignazio di Loyola fonda l'ordine dei Gesuiti, una delle cui attività, non previste nel progetto iniziale ma che assumerà ben presto una notevole importanza, era l'educazione delle classi superiori, anche in concorrenza con le università.

Grazie anche all'azione di Cristoforo Clavio, matematico del Collegio Romano, la matematica viene inserita nella *Ratio studiorum* e diventa uno dei capisaldi della cultura e dell'educazione gesuitica.

Per avere un'idea della rapidità della diffusione dei collegi della Compagnia, basterà dire che da 48 nel 1556 diventano 144 nel 1580 e 521 nel 1640.

I gesuiti si interessavano poco all'insegnamento elementare, specie per le classi subalterne. Alla fine del secolo, nel 1597, Giuseppe Calasanzio (José de Calasanz)

---

[16] *Opera Archimedis siracusani*. Venezia, Ruffinelli, 1543.

[17] Tra il 1478 e il 1550 vengono stampati in Italia non meno di 12 differenti trattati di aritmetica commerciale alcuni dei quali in più edizioni. Si veda P. Riccardi, *Biblioteca Matematica Italiana*, parte 2, p. 19, ristampa anastatica Forni, 1985.

diede vita alla congregazione degli Scolopi e alle corrispondenti Scuole Pie, che miravano soprattutto all'educazione dei fanciulli poveri .

Di tutte queste trasformazioni le scuole d'abaco non potevano non risentire profondamente, e alla fine del secolo sono praticamente sparite. Al loro posto, le scuole confessionali, che entrano subito in diretta concorrenza con le università. Queste ultime spesso avevano istituito letture di aritmetica; ad esempio i rotuli dell'università di Bologna registrano lettori *ad Arithmethicam* dal quattordicesimo secolo fino alla fine del Seicento[18]. Ma si era trattato di casi isolati, e in genere scuole d'abaco e università avevano convissuto senza gravi problemi, occupandosi le prime della formazione di base dei mercanti, le seconde dell'istruzione superiore. Al contrario, i collegi dei gesuiti venivano a occupare lo stesso terreno delle università, anche approfittando della decadenza di queste ultime, particolarmente sensibile durante il Seicento. Le nuove scuole minacciavano la stessa sopravvivenza delle università, al punto che furono necessari degli interventi amministrativi per impedire che la situazione degenerasse. Così, per impedire che i gesuiti trasferissero a Bologna il collegio di Parma, il Senato di Bologna chiese e ottenne l'intervento del papa Urbano VIII, che nel 1641 emise una bolla di scomunica contro chi, non essendo iscritto nei rotuli, avesse letto pubblicamente una materia insegnata nell'università.

Parallelamente, l'invenzione della stampa a caratteri mobili sminuisce considerevolmente il ruolo delle biblioteche palatine e l'interesse dei principi per il loro sviluppo. Durante tutto il Quattrocento la ricerca e l'acquisizione di manoscritti era stata costantemente promossa dai principi più illuminati, le cui biblioteche si erano arricchite di antichi codici e di opere moderne, spesso riccamente miniate. Di fronte a questa produzione di alto prestigio, il testo a stampa si configura come un materiale povero, per di più prodotto in un numero considerevole di esemplari a basso costo, e dunque accessibile a larghi strati di borghesi e di intellettuali. Non deve dunque meravigliare se in alto loco si registra una certa disaffezione per una merce, il libro, divenuta in breve tempo comune e dozzinale. Naturalmente le biblioteche continuano ad arricchirsi e a crescere, e spesso la concessione del privilegio di stampa viene legata al deposito di esemplari dell'opera presso la biblioteca del principe. Viene però meno, via via che gli studiosi hanno accesso diretto alle opere che vengono stampate, il carattere di centro di ricerca che la

---

[18] Tra questi Antonio da Firenze, Checco Fiorentino dal 1384–85 al 1439–40; Scipione del Ferro dal 1496 al 1526; Giovanni Maria Cambij dal 1518–19 al 1554–55; Scipione Datari dal 1555–56 al 1604–05; Petronio Bonasoni dal 1563–64 al 1591–92; Antonio Maria Bonasoni dal 1593–94 al 1630–31; Pietro Mengoli dal 1649 al 1651; Simone Mengoli, padre di Pietro, dal 1652 al 1680.

biblioteca aveva avuto fino al Cinquecento inoltrato proprio in virtù del conservare testi altrimenti non accessibili. Ancora per tutto il Cinquecento studiosi come Federico Commandino frequentano le biblioteche di Urbino, di Roma e di Venezia per consultare i codici antichi che poi daranno alle stampe; nel secolo successivo ogni scienziato ha la sua propria biblioteca, costituita dai classici ormai completamente disponibili, non di rado in più edizioni, e dalle opere dei suoi colleghi, che questi gli hanno inviato in omaggio, e a cui a sua volta distribuirà le sue opere via via che vengono date alle stampe.

5. Verso un nuovo equilibrio.

Alla fine del Cinquecento questo processo di riorganizzazione dell'insegnamento della matematica è praticamente concluso. Chiuse le ultime scuole d'abaco, ridotte le biblioteche a quasi esclusivo luogo di conservazione, restano da una parte le antiche Università, che anche se in maniera ridotta continuano a esercitare il loro ruolo di centri per la produzione e la trasmissione del sapere matematico. Accanto a queste, acquistano un ruolo sempre più rilevante le scuole confessionali, in particolare le Scuole Pie, che con l'andare del tempo monopolizzeranno l'insegnamento elementare, e i collegi dei Gesuiti, in diretta concorrenza con le università per quanto riguarda l'insegnamento superiore. Nella seconda metà del Seicento, scomparse le ultime scuole private, si stabilirà un nuovo equilibrio, destinato a durare per oltre due secoli.