

Dall'osservazione della realtà possiamo capire come in natura tutto sia regolato dall'equilibrio di intime leggi esprimibili e decifrabili attraverso espressioni matematiche.

Presentazione a cura di
Dante Donati

I poliedri nell'arte

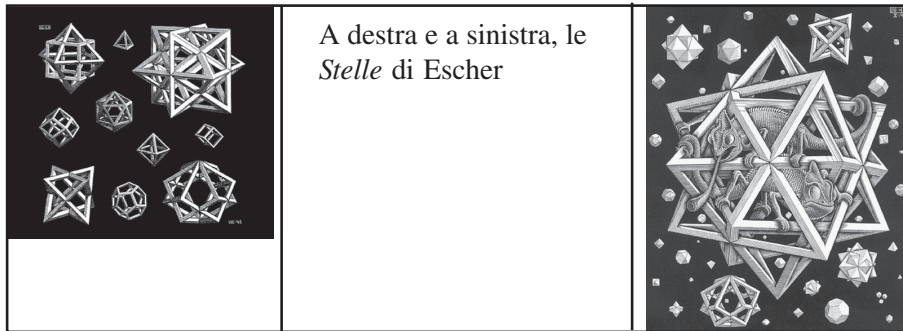
Tetraedro, ottaedro, esaedro, icosaedro, dodecaedro: l'espressione artistica umana, che si traduce ora in pittura, ora in scultura, ora secondo modalità classiche, ora con astrazioni all'avanguardia, si è sempre tradotta come chiave di lettura di un artista, che è uomo, di una corrente o di intere civiltà e culture, ma mai per caso o con finalità accidentali.

Laddove una composizione sembra dettata dalla convenzione (come si potrebbe pensare per le opere più antiche) o dall'emotività (per quelle dell'era contemporanea) si scopre spesso che la bellezza dell'arte sta proprio nell'armonia, che più di ogni altra cosa è fornita dalla matematica, non mero addensarsi di espressioni, equazioni e calcoli astrusi, ma prima di tutto ordine, equilibrio, perfezione universale.

È soprattutto col sorgere del Rinascimento che l'artista, protetto e finanziato dal mecenate, scopre che la matematica è la soluzione alla sua istanza profonda di rigore.



Quasi quattro secoli più tardi, molto sensibile al richiamo della geometria, della matematica e dell'armonia che i poliedri esprimono fu il grande disegnatore Escher (1898-1972), il quale si cimentò nella rappresentazione dei solidi platonici, stellati e regolari, in merito ai quali si esprime in questo modo:

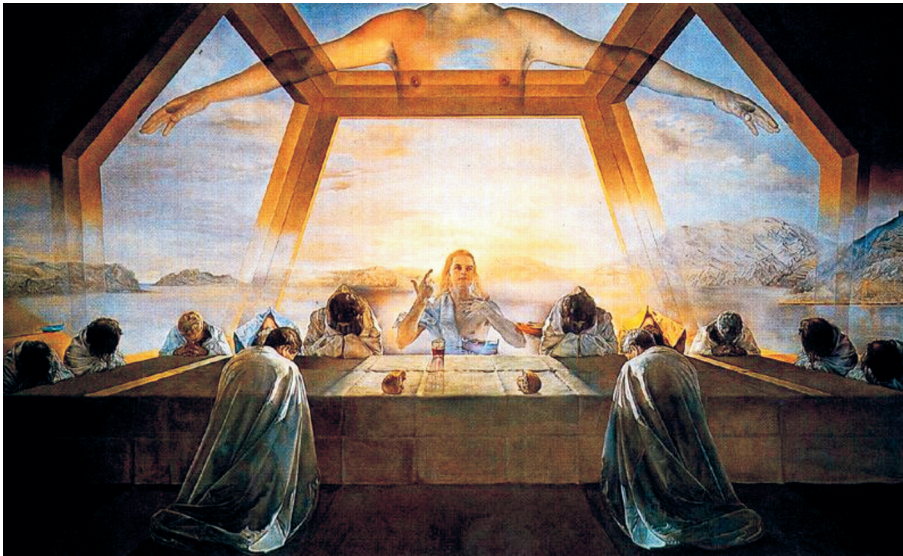


“Essi simbolizzano il desiderio di armonia e di ordine dell’uomo, e nello stesso tempo la loro perfezione desta in noi il senso della nostra impotenza. I poliedri regolari non sono invenzione della mente umana perché esistevano molto prima che l’uomo comparisse sulla terra”.

Osserviamo che nelle composizioni di Escher sono accostati degli elementi di ordine, quali sono i poliedri stessi, e di disordine, nel modo stesso in cui sono disposti: si tratta di un disordine apparente, per il quale la scelta di uno sfondo scuro ha una valenza cosmica.

Più recentemente, al pari dei pittori rinascimentali, dei matematici e degli artisti visionari del passato, Salvador Dalì, a metà del secolo scorso, fu ispirato dal concetto filosofico del poliedro regolare ed elaborò interessanti composizioni in cui matematica e cristianesimo si confrontano e si completano simbolicamente. Il 27 Marzo 1953 Salvador Dalì annunciò che avrebbe dipinto un quadro sensazionale: “Un Cristo esplodente, nucleare e ipercubico”. *Corpus Hypercubus* è un’opera che combina magistralmente misticismo religioso e geometria dello spazio e del tempo: in esso l’artista estende la croce nelle tre dimensioni, alludendo però anche al fattore temporale, ovvero all’eterna valenza della redenzione, che ci è resa perfetta per l’assenza dei chiodi.

Con il passare del tempo le produzioni artistiche che hanno rappresentato poliedri regolari sono state numerose, anche se non sempre riconosciute, come a dire che la riflessione matematico-filosofica che i solidi platonici hanno sempre sollevato non si è mai spenta del tutto.



Ultima Cena, Salvator Dalí (1955). Si noti il grande dodecaedro che fluttua nello sfondo, dietro Gesù.

Lucio Saffaro (1928-1998) studiava minuziosamente i solidi platonici e poneva quasi ossessivamente i poliedri al centro delle sue opere artistiche e pittoriche, mentre Munari (1907-1998) ne fece elementi di design...



Corpus hypercubus, Salvator Dalí, 1953

L'istanza di rigore è insita nell'uomo, e coi poliedri regolari, che Escher ci ricorda non appartenere al dominio umano e terreno, essa viene pienamente soddisfatta. Allo stesso tempo l'arte è da sempre espressione peculiare di umanità. Donde si ricava facilmente come l'interesse a conformare i primi alla seconda abbia spesso reso possibile che l'arte si trasformasse in scienza, e la scienza in arte.



Il piano di Orfeo, Lucio Saffaro

L'istanza di rigore è insita nell'uomo, e coi poliedri regolari, che Escher ci ricorda non appartenere al dominio umano e terreno, essa viene pienamente soddisfatta. Allo stesso tempo l'arte è da sempre espressione peculiare di umanità. Donde si ricava facilmente come l'interesse a conformare i primi alla seconda abbia spesso reso possibile che l'arte si trasformasse in scienza, e la scienza in arte.

ITCG “I. Salviani” Città di Castello*

I luoghi di Pacioli: geometria del territorio e disegno della città.

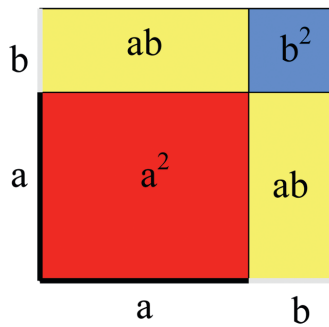
La matematica sta nella natura delle cose; questo è chiaro oggi, ma forse lo era meno al tempo di Luca Pacioli. La matematica serve a spiegare fenomeni semplici e complessi, ma è poco apprezzata da chi le cose semplici le spiega solo in modo intuitivo e soprattutto da chi non si pone il problema di risolvere le questioni complesse. In realtà è una chiave di lettura indispensabile per studiare e interpretare in modo scientifico i fenomeni naturali, anche attraverso la costruzione di modelli che spaziano ad esempio dall'economia alla statica.



Oggi la tendenza, anche in ambito didattico, è quella di un generale abbassamento del livello della cultura matematica, pur se questa costituisce una delle più importanti conquiste dell'intelletto umano. Molte difficoltà che gli studenti incontrano derivano dalla dimensione astratta che caratterizza questa disciplina, per cui sono in grado di apprezzarla meglio quando con la matematica si risolvono problemi pratici. Quando poi interviene la geometria a supportare i concetti matematici allora il cerchio si chiude e tutto appare più chiaro e semplice. Un esempio semplice ma illuminante è rappresentato dalla funzione che esprime il quadrato di un binomio.

Nel corso degli studi della scuola media si studia la regola, che poi si impara

*A cura di Tiziano Bartolucci, Luca Bigotti, Simona Pellegrini, Alessandro Salvadori (studenti classe 4^aA Geometri) - Con la collaborazione degli Ingg. Giovanni Cangini e Marco Conti (Docenti Corso Geometri).



$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

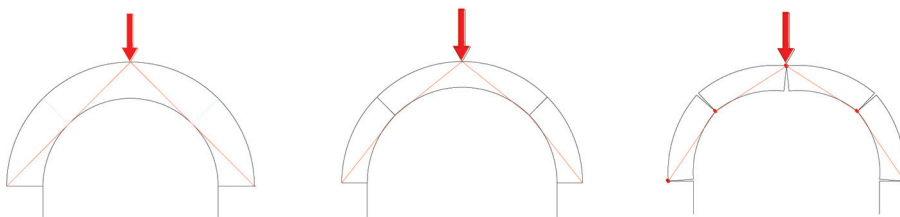
Quadrato di un binomio: schema grafico e regola matematica

a memoria, per cui il quadrato di $a + b$ è uguale al quadrato del primo termine + quello del secondo + il doppio prodotto del primo per il secondo.

La geometria permette di visualizzare attraverso un processo grafico il vero significato della regola: la somma dell'area dei due quadrati di dimensioni e colori diversi e dell'area dei due rettangoli uguali fornisce l'area del quadrato complessivo.

Si può quindi dimenticare la regola, allo stesso modo in cui ci si dimentica di una poesia, ma è più difficile dimenticare il concetto rappresentato in modo grafico. La geometria può offrire quindi dei percorsi intuitivi che aiutano a capire la matematica: uno dei meriti di Luca Pacioli è anche quello di aver dato voce alla geometria per comprendere meglio la realtà.

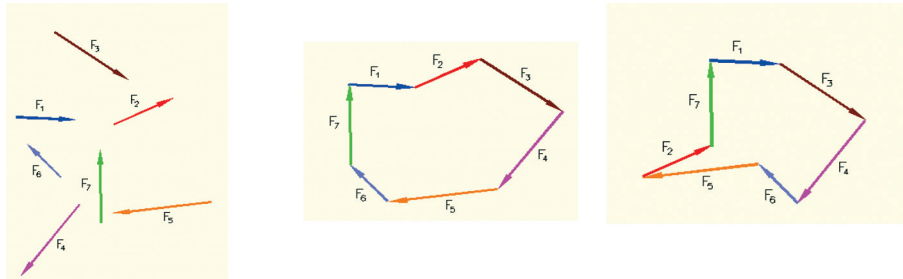
Leonardo da Vinci, ad esempio, con la sua genialità, prende spunto dal Pacioli per analizzare il problema della stabilità degli archi, attraverso un procedimento che lo colloca fra i precursori della statica grafica.



Schema geometrico intuitivo proposto da Leonardo da Vinci per la verifica di stabilità degli archi, riconducibile ai metodi grafici della moderna Scienza delle Costruzioni.

Con uno schema che richiama il calcolo vettoriale, sviluppato solo a partire dalla fine del '700, Leonardo costruisce un "poligono funicolare" che permette di esprimere un giudizio di stabilità per un arco in costruzione e serve a definirne lo spessore.

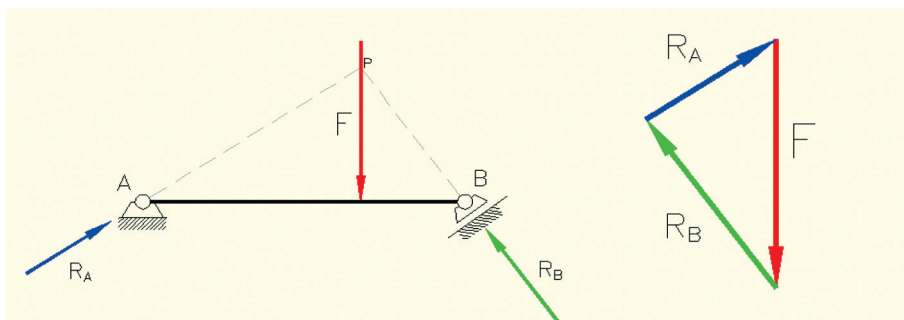
Oggi il calcolo vettoriale supporta gran parte dei metodi scientifici di analisi delle strutture; si conoscono le regole per comporre un sistema di forze e per valutarne le condizioni di equilibrio "Un sistema di forze è in equilibrio quando un poligono qualsiasi costruito con le stesse forze disposte in successione si chiude"; può cambiare la forma del poligono, ma resta invariato il significato dell'operazione grafica.



Metodo grafico per il calcolo della risultante di un sistema di forze – La condizione di equilibrio è espressa dai poligoni chiusi

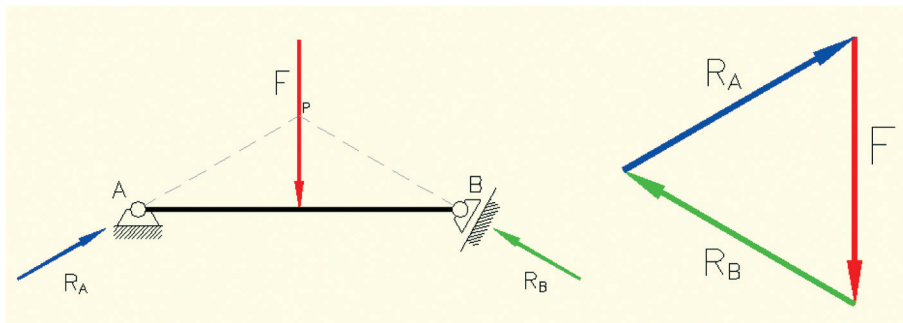
Con questo metodo grafico è possibile risolvere problemi di statica senza fare alcuna operazione matematica; anche un triangolo rappresenta la soluzione del problema, per cui basta misurare le lunghezze dei lati per conoscere l'intensità delle forze.

Un triangolo chiuso, anche irregolare, rappresenta l'EQUILIBRIO.



Elementi di statica equilibrio di un sistema formato da tre forze

Se la struttura è simmetrica, la forma regolare aggiunge armonia, proporzione e bellezza !



Elementi di statica grafica: equilibrio di un sistema di forze ed equilibrio armonico

Queste figure geometriche servono a risolvere problemi di statica e si possono ritrovare in natura con le stesse forme, ma per spiegare situazioni diverse, come l'organizzazione del sistema viario storico del territorio altotiberino.

Gli studi condotti sulla viabilità storica e sulla orografia del territorio alla scala globale hanno permesso di individuare le direttrici naturali evidenziate nello schema seguente:

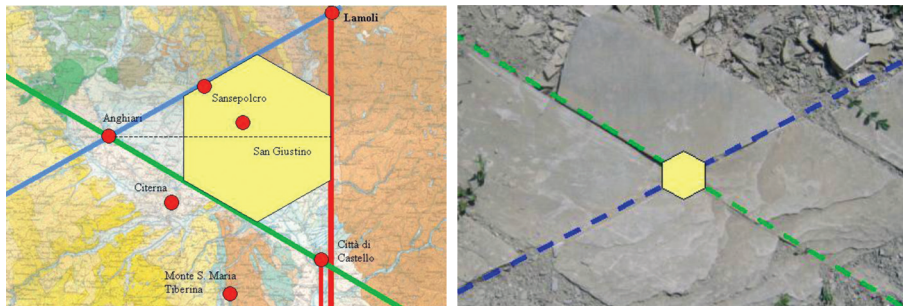


Triangolo di formazione del sistema viario altotiberino: Città di Castello, Anghiari e Lamoli ne definiscono i vertici naturali

Estratto Carta Geologica d'Italia: Foglio 115 - Città di Castello.

- un percorso, indicato con colore rosso, costituito dalla via pedemontana antica, che dalla piana bassa di Trestina converge sull'abitato di Lamoli, oltre il crinale dell'Appennino, nella valle del torrente Meta
- un percorso, indicato con colore blu, che si allinea sugli abitati di Anghiari e di Sansepolcro e si estende fino a Lamoli
- un percorso, di colore verde, che collega gli abitati di Anghiari e di Città di Castello, noto come "La Via del Vingone"

Si evidenzia così un triangolo della viabilità storica altotiberina, con i vertici corrispondenti a Città di Castello, in Umbria, a Lamoli, nelle Marche e ad Anghiari, in Toscana. Per Anghiari si trova anche una giustificazione dell'antico nome *Castrum angolarum*, per la posizione di vertice che occupa nel sistema viario e per l'orientamento simmetrico di due delle direttrici principali. Il nome è stato poi trasformato in "Castrum anglarum" e quindi nell'attuale Anghiari

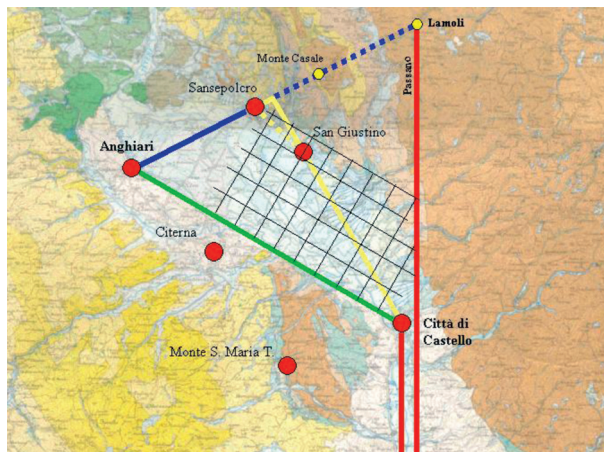


Schema delle direttrici alla scala territoriale comparato con la configurazione naturale di formazioni geologiche locali

Sorprende osservare che la stessa geometria regolare che emerge alla scala territoriale con i segni antropici, trovi conferma alla scala minuta, nelle formazioni geologiche naturali, che sottolineano a loro volta l'orientamento delle direttrici al quale l'uomo non poteva sottrarsi. Anzi, l'uomo ha seguito queste linee naturali perché ad esse è riuscito ad adattarsi in modo agevole.

Su questi solchi naturali che segnano il territorio i romani individuarono il decumano della centuriazione del I sec. avanti Cristo lungo la via che da Città di Castello, l'allora *Tifernum*, puntava su Anghiari, come propone uno studio approfondito condotto negli anni '80.

A questo si può aggiungere un altro fattore naturale che caratterizza l'orientamento astronomico di questa direttrice rivolta alla posizione del sole all'alba del solstizio d'inverno.



Schema di dettaglio delle direttrici viarie altotiberine con impostazione della centuriazione augustea del I sec. A.C.

Estratto Carta Geologica d'Italia: Foglio 115 - Città di Castello.

Una scelta, o forse una coincidenza, che in ogni caso mille anni più tardi ha dato origine al disegno secondo natura di una città, Sansepolcro, che mostra il suo asse principale orientato ugualmente al solstizio d'inverno. Questa situazione, a nostro parere, ha indotto in errore chi ha creduto di riconoscere nella struttura urbana di Sansepolcro i caratteri di un *castrum* romano.



Struttura urbana del centro storico di Sansepolcro orientata secondo l'impianto della chiesa abbaziale, coincidente con la direttrice della centuriazione romana.

Estratto aerofotogrammetria Regione Umbria.

Al contrario si ritiene che l'orientamento del borgo sia la conseguenza diretta di una scelta simbolico-religiosa che come in tanti altri casi ha preso origine dalla sua chiesa principale, orientata con l'asse rivolto al solstizio d'inverno, così come la centuriazione romana, ma 1000 anni più tardi.

Sansepolcro pertanto non nasce al tempo di Roma, ma molti anni dopo, seguendo quelle geometrie e quei segni della natura che hanno suggerito all'uomo le scelte più razionali nel disegno della città e nell'uso del territorio.



Sansepolcro - L'ombra della torre di Berta all'alba del solstizio d'inverno parallela all'asse del duomo

Estratto aerofotogrammetria
Regione Umbria.

Una testimonianza concreta di questo orientamento era rappresentata dalla Torre di Berta, collocata al centro della piazza che ne conserva il nome, da dove, come lo gnomone di una meridiana, proiettava la sua prima ombra all'alba del solstizio d'inverno, parallela al corso principale e alla cattedrale.

